2008학년도 중앙대학교

수시 2-1학기 학업적성논술 문제지
(자연계열2)

대학		학 과 (학부·계열)		수험 번호		성명	

◆ 답안 작성시 유의 사항 ◆

- 문제지는 표지를 제외하고 모두 5장으로 구성되어 있습니다.
- 연습지가 필요할 경우 문제지의 여백을 이용하시오.
- 답안지의 수험번호 표기란에는 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하시오.
- 답안을 작성할 때 문제 번호를 맨 앞에 쓰시오.
- 답안은 띄어쓰기를 포함하여 한 칸에 한 글자씩 쓰시오. (숫자나 수식, 표 등은 제외)
- 주어진 답안 작성 분량을 지키고 답안지는 한 장 이내로 작성하시오.
- 답안을 작성할 때 답과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마시오.

중앙대학교

2008학년도 중앙대학교 수시 2-1학기

학업적성논술 문제지(자연계열2)

I. 다음 글을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

(가) 다가오는 자동차의 경적 소리는 멀어져 가는 자동차의 경적 소리보다 높게 들리는데, 이와 같은 현상을 도플러 효과라고 한다. 자동차에서 나온 음파의 소밀 부분이 진행하는 동안 정지해 있는 사람을 향해 자동차가 다가오므로, 이어지는 음파의 소밀 부분은 자동차가 정지하고 있는 경우보다 더 가까이 사람 쪽으로 움직인다. 따라서 파장이 짧아져 소리의 진동수가 증가하므로 음높이가 더 높게 들린다. 도플러 효과를 이용하면 움직이는 물체의 속도를 알아낼 수 있다. 도플러 효과는 소리나 전파에서뿐만 아니라 빛에서도 관찰된다. 별에서 나오는 빛의 특정원소 스펙트럼을 분석하면 지상에서 측정한 같은 원소의 스펙트럼보다 붉은색 쪽으로 옮겨져 있는 경우를 볼 수 있다. 이를 적색 편이라 하는데, 적색 편이가 일어나는 까닭은 별이 지구로부터 빠른 속도로 멀어져 가기 때문이다.

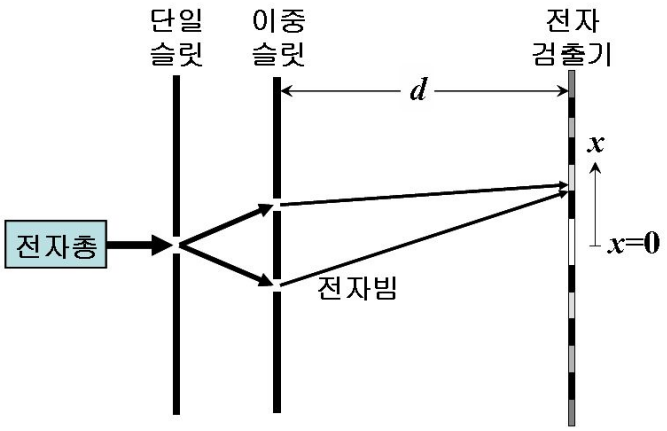
(나) 빅뱅 직후에는 에너지와 물질 사이에 상호교환이 일어났지만 우주가 팽창함에 따라 온도가 내려가면서 더 이상 상호교환은 일어나지 않았다. 이때 남아 있던 빛은 우주의 팽창과 더불어 우주 속으로 흩어졌고, 가모프는 계산을 통해 빅뱅 때 나온 초기의 우주 복사선(輻射線) 파장을 7.35cm로 예측했다. 이것은 절대온도 3K의 물체가 내는 빛과 같은 파장이다.

과학자들은 빅뱅 이후 고온의 우주에 충만해 있던 빛이, 이제는 빛이 아니라 전파(마이크로파)가 되어 우주를 떠돌아 다니고 있다고 추정했으며 이 빅뱅의 흔적인 전파를 우주 배경 복사라고 불렀다. 그러나 백 수십 억 년 전에 일어난 빅뱅의 증거, 즉 절대온도 3K의 물체가 내는 파장을 찾아내는 것은 잃어버린 과거의 생물 화석을 찾아내는 일보다 엄청나게 어려운 일이다. 그런데 놀랍게도 그 우주 고고학적 증거, 즉 빅뱅의 화석이 발견되었다. 이 절대온도 3K의 우주 배경 복사의 발견을 '우주론에 있어서 20세기 최대의 발견'이라고 일컫는다.

(다) 두 개의 파동이 겹치는 경우 새로운 파동을 만들어 내는데, 이때 나타난 파동을 합성파라고 부르며, 합성파의 변위는 각 파동의 변위를 합한 것과 같다. 이것을 중첩의 원리라고 하며, 파동의 중요한 특성 중의 하나이다. 중첩이 끝난 두 개의 파동은 원래의 진행 방향, 속도, 진폭 등을 그대로 지니면서 독립적으로 전파된다. 이러한 파동의 중첩은, 두 입자가 충돌할 때 운동량을 보존하면서 속도와 방향이 바뀌거나 에너지를 교환하는 것과 대조적이다. 두 개의 입자는 같은 시각에 같은 공간에 있을 수 없으나, 파동의

경우에는 중첩의 원리에 의하여 서로에게 영향을 미치지 않으면서 무한히 많은 파동들이 같은 시각에 같은 공간에 있을 수 있다. 두 개 이상의 파동이 서로 중첩될 때 합성파의 진폭이 보강되어 커지거나(보강 간섭) 상쇄되어 작아지는(상쇄 간섭) 현상을 파동의 간섭이라고 한다.

(라)



위 그림은 전자총에서 발사된 많은 수의 전자들이 첫 번째 슬릿(단일슬릿)과 두 번째 슬릿(이중슬릿)을 차례로 통과한 후, 거리가 d 만큼 떨어진 전자 검출기에 도달하였을 때, 검출기의 각 부분에 도달한 전자빔의 세기를 측정하는 실험의 과정을 보여주는 그림이다. 검출기의 중심으로부터 x만큼 떨어진 지점의 전자빔 세기 $I(x)$는 다음과 같다.

$$I(x) = I_0 \cos^2(\beta x) \left(\frac{\sin(\alpha x)}{\alpha x} \right)^2 .$$

여기서 I_0, α, β 는 양의 상수이고, $\alpha < \beta$ 이다.

[문제 1] 제시문 (가)의 내용을 근거로 하여 다음 물음에 답하시오. (30점)

[문제 1-1] 지구가 공전하고 있다는 것을 어떻게 증명할 수 있는지 예를 들어 설명하시오. [10점, 답지 8줄 이내]

[문제 1-2] 제시문 (가)와 관련지어 제시문 (나)의 우주 배경 복사에 대해 설명하시오. 또한 [문제 1-1]에서 찾아낸 지구공전의 증거와 우주 배경 복사 사이의 공통점과 차이점을 설명하시오. [20점, 답지 10줄 이내]

[문제 2] 제시문 (라)에 있는 $I(x)$의 그래프를 개략적으로 그리고, 이 실험의 결과로부터 알 수 있는 전자의 본질에 대하여, 제시문 (다)의 관점에서 논술하시오. [20점, 답지 12줄 이내]

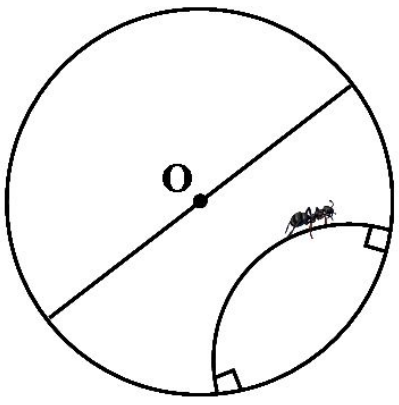
II. 다음 글을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

(가) 자연에 대해 우리가 알고 있는 것은 진리의 근사적인 서술에 불과하다. 이는 우리가 모든 법칙을 알고 있지 못하기 때문이다. 우리가 처음에 찾아낸 법칙은 대부분 틀린 것이고, 이것을 수정, 보완해 나가면서 올바른 법칙이 정립된다.

아인슈타인 이전의 고전역학의 수많은 결론들은, 질량은 속도와 관계없이 불변량이라는 가정에 기초하고 있었다. 하지만 아인슈타인은 빛의 속도가 불변이라고 가정하였다. 이 가정을 토대로 유도된 특수상대성 이론에 의하면 물체의 질량은 속도가 빠를수록 증가하는 성질을 가지고 있다. 단, 물체의 속도가 광속에 가까워야 질량증가 효과가 눈에 띄게 나타난다. 따라서 올바른 법칙은 물체의 속도가 초속 160km 이내 일 때, 그 물체의 질량은 0.0001% 이내의 범위에서 불변이라는 것이다.

근사적으로 맞는 법칙은 철학적 관점에서 볼 때 완전히 틀린 법칙이다. 질량 변화가 아무리 작다 해도 그것이 완전 불변량이 아닌 한, 우리의 자연관은 완전히 달라져야 한다. 이것은 법칙 뒤에 숨어 있는 자연 철학의 특징이기도 하다. 지극히 미미한 효과 때문에 자연에 대한 개념을 송두리째 바꿔야 했던 경험을 우리는 이미 여러 차례 겪어 왔다.

(나) 오늘 나는 플릭이 사는 이상한 세상을 살펴보기로 했다. 일개미 플릭은 사람인 나의 말을 잘 따랐다. 그가 돌아다니는 곳은 반지름이 1m인 원판이었다. 나는 그에게 직진하라고 했다. 그러자 그는 원의 중심 O를 지날 때는 직선으로 갔지만, 원의 중심을 지나지 않을 때는 곡선을 따라 가는 것이 아닌가? 가만히 살펴보니 후자의 경우 플릭은, 원판의 둘레인 원과 직교하는 다른 원의 호를 따라 가는 것이었다(그림 참조). 아무리 직진하라고 해도 그는 그것이 직진하는 것이라고 하였다. 플릭에게는 그것이 '직선'을 따라 가는 길이었던 것이다. 나는 이것을 보고 플릭이 사는 세상은 내가 사는 세상과 다르다는 것을 깨달았다.



이제 나는 원판 위의 세 지점 A, B, C를 정해주고 플릭에게 A에서 B를 향해 직진하고, B에서 C로, C에서 A로 직진하게 하였다. 그리고 플릭에게 A, B, C를 꼭지점으로 하고 '플릭의 직선' 경로를 변으로 하는 '삼각형'의 내각의 합을 측정해보라고 했다. 나는 그가 삼각형의 내각의 합이 180°가 아니라고 말할지도 모른다고 생각했다. 역시 그는 180°가 아니라고 대답하였다.

(다) 귀납법은 경험이나 실험에 의한 것을 토대로 일반 현상을 예측하는 추론 방법을 뜻하는 것이 보통이다. 특수 현상에서 보편 현상을 이끌어 내는 과정이니 참으로 흥미롭다.

수학적 귀납법은 여러 가지 명제를 동시에 증명할 때 사용하는 방법이다. 수학적 귀납법을 사용하기 위해서는 여러 가지 명제가 서로 이어져 있어서 한 명제 다음에 또 한 명제가 있고, 그 명제 다음에 또 한 명제가 계속 이어져 있어야 한다. 수학적 귀납법은 유한개의 명제가 이어져 있고, 마지막 명제가 있는 경우에도 적용할 수 있다. 이때 다음 두 가지

(i) 한 명제가 참이라고 가정하면, 그 다음 명제도 참이다.
(ii) 맨 처음 명제는 참이다.

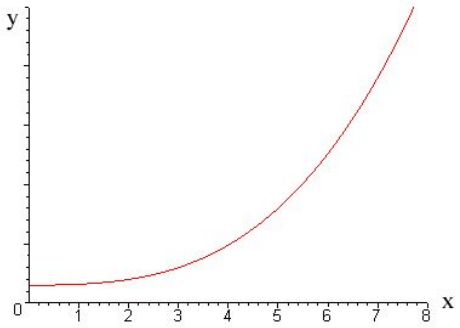
를 보여서 모든 명제가 참이라는 것을 증명하는 방법이 바로 수학적 귀납법이다.

[문제 3] 제시문 (가)와 (나)에 근거하여, 경험적 지식을 바탕으로 진리에 도달할 수 있는 논리적인 전개방법에 대해 논술하시오. [15점, 답지 12줄 이내]

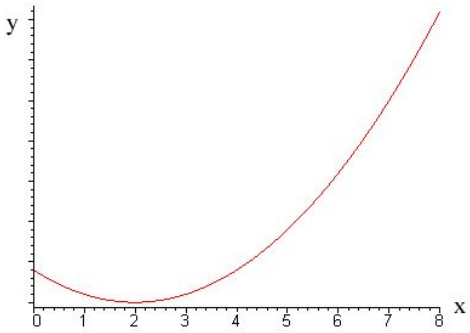
[문제 4] 제시문 (나)에서 플릭의 대답에 부합하는 삼각형의 예를 원판에 그려보고, 이것을 바탕으로 플릭이 사는 세상에는 어떤 특징이 있는지 설명하시오. [15점, 답지 10줄 이내]

[문제 5] 다음 글을 읽고 아래 질문에 답하시오.

함수 f가 $a \leqq x_1 < x_2 \leqq b$인 임의의 실수 x_1, x_2에 대하여 $f(x_1) < f(x_2)$일 때, 함수 $f(x)$는 $[a,b]$에서 증가한다고 한다. 또한 함수 g가 $a \leqq x_1 < x_2 \leqq b$인 임의의 실수 x_1, x_2와 $0 \leqq t \leqq 1$인 t 에 대하여 $g(tx_1+(1-t)x_2) \leqq tg(x_1)+(1-t)g(x_2)$일 때, 함수 $g(x)$는 $[a,b]$에서 볼록하다고 한다. 다음 그래프는 각각 $[0,8]$에서, 증가하는 함수와 볼록한 함수의 예를 보여준다.



$[0, 8]$에서 증가하는 함수의 예



$[0, 8]$에서 볼록한 함수의 예

어떤 두 개의 연속함수 $h(x)$와 $k(x)$가 있다. 함수 $h(x)$는 임의의 자연수 n에 대하여 $[n-1, n]$의 구간에서 증가한다. 그리고 함수 $k(x)$는 임의의 자연수 n에 대하여 $[n-1, n]$의 구간에서 볼록하다.

학생 A는 '함수 $h(x)$가 양의 실수 전체에서 증가한다'는 명제를 다음과 같이 증명할 수 있다고 주장한다. "$h(x)$는 연속함수이므로, 임의의 자연수 n에 대하여 $[n-1, n]$에서 $h(x)$가 증가하면, $h(x)$는 양의 실수 전체에서 증가할 수 밖에 없다. 그런데 함수 $h(x)$는 임의의 자연수 n에 대하여 $[n-1, n]$에서 증가하므로, $h(x)$는 양의 실수 전체에서도 증가한다.".

학생 B는 '함수 $k(x)$가 양의 실수 전체에서 볼록하다'는 명제를 다음과 같이 증명할 수 있다고 주장한다. "$k(x)$는 연속함수이므로, 임의의 자연수 n에 대하여 $[n-1, n]$에서 $k(x)$가 볼록하면, $k(x)$는 양의 실수 전체에서 볼록할 수 밖에 없다. 그런데 함수 $k(x)$는 임의의 자연수 n에 대하여 $[n-1, n]$에서 볼록하므로 $k(x)$는 양의 실수 전체에서도 볼록하다.".

학생 A, B는 증명과정에서 제시문 (다)의 수학적 귀납법을 이용하고 있다. 각 학생의 증명에 오류가 있는 경우, 그 오류를 보여줄 수 있는 연속함수를 예를 들어 그려보고, 그 오류가 생기는 이유를 설명하시오. [20점, 답지 12줄 이내]